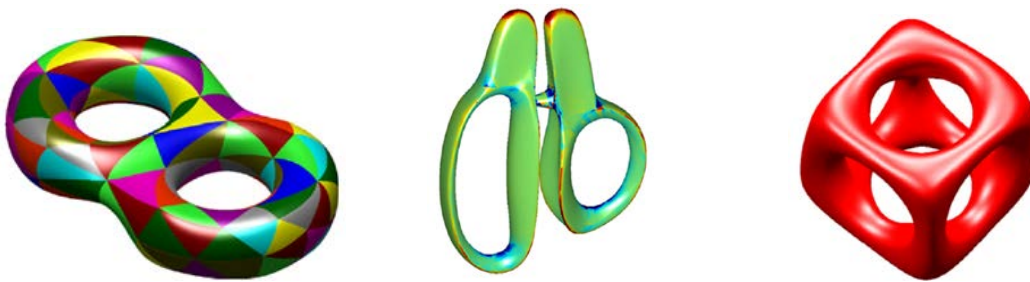




## Ausschreibung von Bachelor- und Master-Arbeiten zum Thema

# Rationale Spline-Orbifaltigkeiten



### Zum Thema

Mit Splines lassen sich die Oberflächen beliebiger Körper mit Löchern bzw. Tunneln und Henkeln darstellen. Weil sie aus Polynomen zusammengesetzt sind, also sehr einfach zu berechnen sind, und eine Reihe nützlicher und geometrischer Eigenschaften haben, sind sie ein wichtiges Mittel im Bereich des Computer Aided Designs (CAD), um Flächen darzustellen. Splines sind aber nicht nur im CAD anzutreffen, sondern überall dort, wo glatte Funktionen approximiert und dargestellt werden. Will man glatte Spline-Flächen erzeugen, z. B. im Karosseriebau, müssen Polynom-Segmente glatt aneinandergesetzt werden. Dies geht besonders einfach, d. h. mit niedrigem Grad, wenn man mit rationalen Polynomen über der hyperbolischen Ebene arbeitet. Die Flächen, die man so erhält, werden rationale Spline-Orbifaltigkeiten genannt.

Zwar sind Spline-Orbifaltigkeiten schon länger bekannt, aber für praktische Anwendungen noch wenig erforscht. Zusammen mit Prof. Carolina Beccari in Bologna entwickeln wir zurzeit Spline-Orbifaltigkeiten, die sich nicht aus Dreiecksstücken zusammensetzen und einfache Methoden, um für vorgegebene Segmentierungen einer Fläche geeignete Parametergebiete in der hyperbolischen Ebene zu berechnen. In diesem Zusammenhang vergeben wir eine Reihe von Bachelor- und Masterarbeiten.

### Liste möglicher Abschlussarbeiten

1. Berechnung von Parameterdreiecksnetzen (=projektive Strukturen) durch Minimierung eines quadratischen Funktionals, das linear in den Koeffizienten (=Bézier-Punkten) der zu konstruierenden Fläche ist und linear in den Koeffizienten, die die glatten Übergänge der Flächensegmente bestimmen.
2. Berechnung projektiver Strukturen für Vierecksnetze durch Erzeugung eines hyperbolischen Dreiecksnetzes unter Minimierung bestimmter Winkel- und Längenbedingungen.

3. Berechnung projektiver Strukturen für Vierecksnetze mit möglichst wenig Ausnahmepaaren benachbarter Vierecken, die zu Parametrisierungsunstetigkeiten führen.
4. Berechnung projektiver Strukturen durch konforme Abbildungen eines gegebenen Dreiecksnetzes in ein Fundamentalgebiet der hyperbolischen Ebene.
5. Erzeugung rationaler Spline-Orbifaltigkeiten mit Viereckssegmenten, wobei freie Parameter durch Minimierung z. B. der Biegeenergie bestimmt werden.
6. Erzeugung rationaler Spline-Orbifaltigkeiten mit Viereckssegmenten durch Unterteilungen von Dreieckssegmenten.
7. Erzeugung von Spline-Basen für Spline-Orbifaltigkeiten durch Lösen der linearen Übergangsbedingungen zwischen benachbarten Flächensegmenten.

### **Voraussetzungen**

Programmiererfahrung mit objekt-orientierten Sprachen oder unter Umständen MATLAB. Kenntnisse in graphischer Programmierung und mit geometrischen Datenstrukturen kann nützlich sein, wird aber nicht verlangt. Eine Numerik-Vorlesung sollte man gehört haben. Für die Arbeit wird man abhängig von der Aufgabenstellung entweder einfache Grundlagen der hyperbolischen Geometrie oder der Bézier-Darstellungen polynomialer Flächen kennenlernen. Vorkenntnisse sind nicht zwingend nötig, erleichtern aber etwas die Einarbeitung. Wichtiger ist die Fähigkeit, numerische Algorithmen umsetzen zu können.

### **Einige Arbeiten zum Thema**

- Beccari, C.V., Prautzsch, H: Quadrilateral Orbifold Splines. Submitted (2020)
- Beccari, C.V., Neamtu, M.: On constructing RAGS via homogeneous splines. *Computer Aided Geometric Design* 43, 109–122 (2016)
- Pottmann, H., Wallner, J.: Spline orbifolds. In: Le Méhauté, A., Rabut, C., Schumaker, L. (eds.), *Curves and Surfaces with Applications in CAGD*, pp. 445–464. Vanderbilt University Press, Nashville, TN (1997)
- Gu, X., He, Y., Jin, M., Luo, F., Qin, H., Yau, S.T.: Manifold splines with a single extraordinary point. *Computer Aided Design* 40, 676–690 (2008)
- Peters J., Sarow, M.: Polynomial spline surfaces with rational linear transitions *Computers & Graphics*, Volume 51, 43-51 (2015)

### **Nähere Auskünfte erteilt**

Hartmut Prautzsch, [prautzsch@kit.edu](mailto:prautzsch@kit.edu)